

Insegnamento della matematica ad alunni con problemi di apprendimento

CARLO FELICE MANARA

In questa mia relazione intendo riprendere ed approfondire alcune idee sulla matematica e sul suo insegnamento ad alunni in difficoltà, che ho esposto in varie occasioni ed in varie sedi; in particolare a Brescia, nel maggio scorso, in occasione del convegno nazionale del CNIS (associazione nazionale degli insegnanti specializzati).

Infatti non ritengo utile approfondire, qui ed ora, le possibili tecniche per gli eventuali interventi di recupero e ciò per varie ragioni: anzitutto perché la minorazione mentale ed il ritardo nell'apprendimento costituiscono un universo non ancora completamente esplorato e comunque difficile da descrivere in un unico intervento. In secondo luogo perché, in relazione alle varie e differenti concezioni teoriche riguardanti la nostra mente ed il suo funzionamento, vengono proposte varie tecniche di intervento, sulle quali sarebbe impossibile tentare una valutazione in questa sede. Tuttavia ritengo che si possa svolgere una riflessione sulle caratteristiche fondamentali della matematica, perché spesso devo constatare che questa scienza viene presentata secondo un'immagine che è insufficiente o addirittura distorta. Ritengo invece che la ricerca di una concezione corretta della matematica possa aiutare anche chi lavora nella didattica di questa scienza ed in particolare chi intende aiutare i soggetti che hanno difficoltà di apprendimento in questo campo.

Devo precisare che io sono soltanto un matematico il quale, durante una carriera didattica e di ricerca abbastanza lunga, ha cercato di riflettere sulla costruzione interiore di un sistema di idee, sulle difficoltà dell'opera didattica e su quelle che si potrebbero chiamare le diverse "fisionomie intellettuali"; in particolare ho cercato di riflettere sulle difficoltà di apprendimento di quel ramo singolarissimo del pensiero umano che viene abitualmente chiamato "matematica".

Non pretendo quindi di esibire una competenza particolare nel campo della psicologia, soprattutto in quello molto difficile della psicologia dell'apprendimento. Mi limiterò dunque ad esporre delle osservazioni (forse non troppo coordinate metodologicamente) dettate, come ho detto, dalla esperienza didattica e, spero, da un buon senso che credo del tutto elementare.

Durante il lavoro didattico a cui ho accennato, sono stato spesso tentato di ricercare ed analizzare, in modo del tutto artigianale, quelle che si potrebbero chiamare genericamente le attitudini allo studio della matematica; mi è parso di poter identificare queste attitudini nella capacità di astrarre, di cercare l'essenziale di ogni concetto, di manovrare speditamente il simbolismo convenzionale, di "decodificare" i simboli. È molto probabile che io fossi in errore, che la mia analisi fosse del tutto rozza e rudimentale. Mi pare di poter affermare che sarebbe forse altrettanto errato identificare la capacità matematica sulla sola abilità del maneggio del linguaggio formale: abilità che, a mio parere, costituisce soltanto uno degli elementi della capacità matematica di un soggetto.

Queste esperienze e questi tentativi hanno generato in me il desiderio di vedere se esistessero delle ricerche di psicologia miranti ad identificare il complesso di caratteri

che possono costituire la “disposizione alla matematica”. Devo confessare di essere stato un po’ deluso nelle mie aspettative: infatti le cosiddette batterie di prove (che vengono indicate con la voce barbara di “tests”) che ho potuto vedere (poche, perché questi cosiddetti “tests” vengono tenuti accuratamente segreti) non mi sembrano strumenti atti ad identificare i veri caratteri del pensiero matematico, almeno a mio parere. Il che mi fa dubitare che i gruppi di psicologi che hanno elaborato queste prove avessero una conoscenza del pensiero matematico qual è conferito dalla nostra scuola media superiore; il che equivale a dire che avessero una conoscenza un poco distorta e fuorviante del pensiero matematico autentico.

Tuttavia io conservo ancora qualche speranza di poter rendere metodico l’aiuto ai soggetti meno dotati ed anche di rendere più efficaci e semplici certe procedure didattiche tradizionali (o imposte dalle mode recenti), procedure sulle quali io nutro delle grandi perplessità.

Per queste ragioni oso anche far riferimento all’esperienza di lavoro e di vita che può avere accumulato chi da vari decenni lavora nella didattica e nell’ambito della ricerca astratta.

Ovviamente queste riflessioni ed introspezioni, sul modo in cui certe idee si formano, si sistemano e si collegano con altre e poi trovano una espressione simbolica e generano una presentazione metodica, non pretendono di avere una validità universale; tuttavia penso che anche queste testimonianze possano avere qualche utilità (anche se minima) per la risoluzione dei gravi problemi di cui intendiamo parlare.

Ho detto che la matematica è un “ramo singolarissimo” del pensiero umano; la scelta di questa espressione, che potrà essere giudicata forse un poco enfatica, non si deve ad una stima esagerata dell’intelligenza di chi pratica la matematica né alla convinzione che le attitudini alla matematica siano al culmine delle capacità intellettuali dell’uomo. Questa convinzione forse appartiene a qualche cultore di psicologia ma non è condivisa dal sottoscritto. Sono tuttavia convinto che il pensiero matematico abbia certe sue caratteristiche specifiche che non lo pongono per ciò stesso al disopra degli altri tipi di intelligenza, ma che vanno indagate pazientemente, se si vuole agire con efficacia nelle analisi delle difficoltà e negli interventi per la didattica e per il recupero di soggetti svantaggiati. Ovviamente questa specificità del pensiero matematico non lo rende totalmente diverso dagli altri tipi di pensiero astratto; credo quindi che sia utile concentrare la nostra attenzione su quanto vi è di genericamente comune nel ragionamento matematico con gli altri tipi di procedure mentali razionali e su quanto vi è di strettamente specifico nel pensiero matematico. Questa operazione infatti ci potrebbe condurre a porre l’opera didattica e di recupero su fondamenti più solidi, agganciandola al lavoro di recupero anche in altri campi.

Avverto tuttavia che, con l’analisi che cercherò di fare, non pretendo di ostentare una competenza (che, ripeto, non possiedo) nel campo della psicologia né di presentare delle teorie filosofiche sulla conoscenza e sull’epistemologia; vorrei, come ho già detto, mantenermi al livello della pura esperienza e della riflessione sul lavoro di ricerca e di insegnamento svolto in vari decenni. Vorrei tuttavia anticipare che nel mio lavoro, nel campo dei deficit mentali in matematica, mi sono appoggiato al pensiero di Jean Piaget ed alla sua opera. Questa scelta, che può ovviamente essere discussa, è

stata da me fatta dopo aver osservato in che misura il pensiero dello psicologo svizzero è modellato sulla struttura della matematica e soprattutto su quella moderna, che ha approfondito l'analisi dei propri fondamenti logici, psicologici ed epistemologici.

Inoltre penso che occorra in qualche modo far riferimento ad un'impalcatura ideale per risolvere il problema della valutazione e della diagnosi della situazione di disagio o addirittura di difficoltà grave di apprendimento. È chiaro che, nel mio modo di vedere, questo riferimento deve avere carattere strumentale ed orientativo. Di esso ci si potrebbe servire per poter in qualche modo orientare gli insegnanti che hanno a che fare con soggetti in difficoltà, senza tuttavia pretendere che questo inquadramento significhi un tentativo di graduare o peggio di misurare l'intelligenza. Ripeto ancora la mia perplessità nei riguardi di certi criteri di giudizio, concretizzati in procedure rudimentali chiamate "tests"; in questo caso penso che la barbaria del nome si adatti bene al livello rudimentale delle procedure ed alla perentorietà delle conseguenze che si vogliono trarre.

Ritengo infatti giusto il pensiero di chi ritiene di poter identificare molte fisionomie dell'intelligenza e pensa, di conseguenza, che la pretesa di "misurare" l'intelligenza e di stabilire una gerarchia lineare tra i cervelli sia prova di rozzezza intellettuale e fonte di pesanti errori di giudizio, quindi fondamento di comportamenti fuorvianti.

Vorrei che il mio discorso si mantenesse ad un livello molto vicino alla pratica; vorrei quindi ritornare ai problemi della scuola e della didattica dei soggetti normali e di quelli che soffrono di deficit mentali in varie forme.

Ribadisco che sono ben conscio del fatto che l'insieme dei difetti mentali costituisce un oceano, un universo che è ben difficile esplorare e che richiederebbe competenze di psicologia, di psichiatria, di neurologia, di psicoterapia, di pedagogia e di altre numerose dottrine. Tuttavia penso che sia possibile tentare un lavoro iniziale, diretto ad aiutare gli insegnanti del nostro sistema scolastico, in particolare gli insegnanti di sostegno. È noto infatti che il nostro sistema scolastico prevede l'inserimento dei portatori di handicap nelle classi normali e prevede la presenza di insegnanti detti "di sostegno". Questo inserimento è frutto di una ben determinata visione del ruolo della scuola nella nostra società ed in particolare del ruolo che la scuola deve svolgere per tutti i cittadini. Tuttavia è anche noto che non sono state realizzate in pieno tutte quelle iniziative che pure erano in programma, al momento della decisione di inserimento degli handicappati nelle scuole dei normali. La conseguenza di questo ritardo nell'adempiere per intero ai programmi è che gli insegnanti di sostegno sono spesso stati scelti tra il personale della scuola meno esperto, oppure tra il personale al quale si doveva trovare a qualunque costo un inserimento. Spesso si trattava di personale giovane, mancante di formazione specifica e forse anche di quella esperienza che potrebbe almeno in parte surrogare la formazione teorica o di personale poco motivato, che vedeva il proprio incarico come uno stato passeggero, dal quale uscire al più presto possibile. È facile comprendere che in queste situazioni gli intenti della legge sono usciti spesso vanificati, se non addirittura stravolti.

Questa situazione ha spesso provocato dei gravi sovraccarichi di lavoro agli insegnanti e delle situazioni di grave disagio a tutti gli utenti della scuola, normali ed ipodotati. Ciò spiega anche il sorgere di molte iniziative per lo studio delle minorazioni

psichiche, in particolare in relazione all'inserimento scolastico di soggetti meno avvantaggiati.

In questo quadro l'insegnamento della matematica e le difficoltà di apprendimento in questa materia sono spesso state oggetto di attenzione e di studio, per ragioni che cercherò di analizzare e di spiegare.

Per avviarci alla meta che ci interessa, vorrei fare qualche osservazione elementare sul processo di apprendimento e di formazione del concetto; soffermarmi sul rapporto tra esperienza, concettualizzazione ed espressione simbolica (in senso lato) del concetto ed in generale del pensiero. Penso infatti di poter accettare che il momento iniziale della costruzione concettuale sia l'esperienza concreta. La costruzione mentale del concetto avviene con un'operazione di astrazione che vorrei limitarmi a descrivere in modo che potrebbe essere chiamato fenomenologico; in tale descrizione vorrei dire che l'astrazione conduce la nostra mente a trascurare certi aspetti dell'esperienza per concentrare l'attenzione su quelli che concorrono a costituire il concetto, cioè su quelli che qualificano e specificano il punto di vista dal quale si vuole guardare l'oggetto dell'esperienza sensibile.

Vorrei proporre qualche esempio sul quale ritornerò nel seguito perché ha attinenza con la geometria e quindi con la visione che questa dottrina induce sulla esperienza materiale concreta.

A questo fine vorrei osservare che, quando guardiamo, osserviamo, manipoliamo, spostiamo un oggetto materiale, per esempio un oggetto rigido (o che ragionevolmente possiamo considerare come rigido), se intendiamo porci dal punto di vista della geometria, prescindiamo e quindi trascuriamo la costituzione materiale, fisica e chimica dell'oggetto, il suo colore ed il suo peso, per concentrare la nostra attenzione soltanto sulla forma e spesso sulla grandezza. Vorrei appunto classificare questo "prescindere" come rientrante nella operazione intellettuale di astrazione, che trova il suo termine nella costruzione di un concetto del quale si dice appunto che è "astratto".

Vorrei a questo punto arrestarmi un istante per osservare che, insieme con la costruzione del concetto, che è a livello strettamente logico, avviene spesso anche la costruzione di un'immagine da parte della fantasia. Tale immagine viene spesso confusa con il concetto, ma rimane ad un livello del tutto diverso da questo; nell'ambito della matematica, al quale intendo limitarmi, l'immagine, pur rimanendo ad un livello diverso da quello del concetto, nella nostra mente ha una presenza che molto difficilmente può essere di fatto separata da quello. Ritengo che la distinzione sia essenziale e penso che la sua utilità sia testimoniata dalla storia della matematica; storia nella quale i momenti di svolta sono, a mio parere, sottolineati dalla presa di coscienza, da parte degli scienziati, della necessità di separare il dato della fantasia da quello del puro concetto.

Penso che la costruzione del concetto nella nostra mente avvenga in relazione ad un qualunque oggetto della nostra conoscenza e che sia condizione necessaria per questa. Tralascio di soffermarmi sulle operazioni singole con le quali un determinato oggetto è attribuito ad una data classe, in forza appunto della costruzione di un concetto generale che distingue e specifica la classe stessa: è questo un argomento

sul quale logici e filosofi hanno meditato per secoli e non sarò certo io a dire una parola nuova e chiarificatrice in proposito. Vorrei ricordare qui che il concetto astratto, nella sua pura esistenza intellettuale, manca di tutto quel richiamo emotivo ed affettivo, di tutta la carica emozionale ed empirica che esisteva all'inizio dell'operazione intellettuale; dico questo perché forse anche in questo fatto sta una delle difficoltà dell'insegnamento e dell'apprendimento dei concetti puramente matematici. Ritorno su questo argomento nel seguito, quando mi permetterò di fare qualche osservazione a proposito del coinvolgimento anche emotivo del discente e sulla efficacia del lavoro, in qualche modo gratificante nel tentativo di recupero di una razionalità globale nei soggetti meno dotati. Mi pare comunque abbastanza chiaro che lo stadio dell'astrazione del dato empirico dalla situazione concreta, del distaccarsi da ciò che è qui ed ora davanti ai miei occhi e che io manipolo (da quello che è il dato *hic et nunc*) è un dato primitivo ed essenziale per la costruzione del pensiero astratto e per molti soggetti costituisce, in gradi molto vari e numerosissimi, una difficoltà spesso difficilmente sormontabile.

La riflessione sulla matematica è stata fatta, come è noto, dai filosofi fin dagli inizi della filosofia greca. In particolare si è riflettuto sul carattere di certezza della conoscenza, che pare tipico di questa branca della conoscenza umana. Non voglio addentrarmi qui in queste discussioni, perché il mio interesse verte piuttosto sulle difficoltà di apprendimento di questa dottrina che costituisce un pilastro portante della scienza modernamente intesa e fornisce un insieme di nozioni fondamentali per la stessa vita associata quotidiana: basti pensare a tutte le indicazioni numeriche che fanno parte delle istruzioni della tecnica, anche artigianale elementare, oppure alle comunicazioni di tipo sociale, nelle quali statistiche, percentuali ed altri concetti numerici sono quotidianamente utilizzati.

Pur senza aderire alla tesi galileiana, secondo la quale il gran libro dell'universo è scritto in caratteri matematici e quindi chi non conosce questi caratteri è destinato ad aggirarsi nell'universo come in un "oscuro labirinto", rimane pur sempre valida l'osservazione fatta sopra, secondo la quale la matematica costituisce una parte importante della conoscenza tecnica del mondo di oggi, fondato sul dominio della natura. D'altra parte mi pare che le difficoltà di apprendimento e quindi di insegnamento facciano parte delle problematiche quotidiane della didattica scolastica ed extrascolastica.

Penso quindi che sia utile riflettere sulla natura della matematica, anche soltanto limitando le nostre considerazioni all'aspetto esteriore di questa dottrina e quindi tenendoci ad un livello che si potrebbe chiamare fenomenologico.

Volendo presentare in poche parole quelli che mi sembrano i caratteri fondamentali della matematica modernamente intesa, vorrei dire che questa dottrina ci si presenta come un pensiero astratto, rigorosamente deduttivo, simbolizzato con simboli artificiali dotati di sintassi rigida.

Vorrei soffermarmi su questi punti, perché mi pare di poter dire che una riflessione di questo tipo ci possa aiutare, almeno in uno stadio iniziale, per comprendere le difficoltà di certi soggetti, almeno genericamente, conseguentemente per avviare un tentativo di aiuto e di recupero. Dico ciò non soltanto guardando alla matematica, ma anche in vista di un aiuto alla razionalità globale, della quale la matematica mi sembra

un elemento non disprezzabile, perché presenta, in modo che direi esemplare e tipico, le difficoltà concettuali e mentali con le quali noi spesso ci dobbiamo scontrare.

Un primo aspetto della matematica, che ho sottolineato in precedenza, è quello di essere un pensiero astratto; vorrei confermare questa mia opinione osservando che, ogni volta che costruiamo un concetto matematico (sia esso un concetto geometrico, oppure un concetto numerico), dobbiamo fare astrazione dalla realtà empirica e sensibile per costruire qualche cosa che ha una sua esistenza soltanto a livello concettuale.

Accanto al momento incancellabile dell'astrazione, che è il primo momento della matematizzazione, è presente nel pensiero matematico il momento della deduzione rigorosa; infatti la deduzione non può essere cancellata né eliminata dal pensiero matematico: questo si presenta infatti come un tipico processo di deduzione rigorosissima. Questa convinzione è diffusa anche presso coloro che non sono cultori di matematica. Mi pare che la validità di questa mia convinzione sia testimoniata per esempio dal titolo della celebre opera di Baruch Spinoza, che scrisse un'opera intitolata "Ethica more geometrico exposita"; quindi il metodo geometrico viene considerato come il metodo tipico della deduzione rigorosa, dell'aderenza della nostra mente alla necessità della connessione tra premesse e conclusioni, che traduce quella necessaria tra causa ed effetto. D'altra parte questa connessione è il fondamento della conoscenza scientifica del mondo.

Infine il pensiero matematico moderno presenta in forma molto accentuata la caratteristica della simbolizzazione.

Questo aspetto è sempre stato presente nella matematica, come è dimostrato dalla esistenza di vocaboli che indicano i numeri in tutte le lingue e dalla presenza di simbolismi matematici in civiltà anche molto antiche. Tuttavia nella matematica di oggi questo aspetto riveste una importanza molto grande il che aumenta ulteriormente anche le difficoltà di comprensione dei soggetti in difficoltà e pone anche problemi didattici non piccoli.

Si osservino per esempio le convenzioni simboliche romane per la rappresentazione dei numeri interi naturali; vi sono certi simboli elementari, che rappresentano dei numeri particolari: 1, 5, 10, 50, 100 ecc. L'accostamento di certi simboli determinati indica la somma dei numeri corrispondenti, oppure la differenza: così per esempio XXX indica 30, LX indica 60, XL indica 40. Vi sono pertanto delle convenzioni che danno luogo a regole, le quali debbono essere rispettate perché si possa esprimere chiaramente e con certezza un pensiero. Ma il nostro sistema di rappresentazione è ancora più complicato: infatti, per esempio, con le convenzioni romane l'accostamento VI di 5 ed 1 rappresenta il numero $6 = 5 + 1$; invece nel nostro sistema di convenzioni l'accostamento 5,1 indica il numero: $5 \cdot 10 + 1 = 51$.

Ciò provoca difficoltà di lettura e di scrittura in certi soggetti, che non giungono facilmente a decodificare i messaggi simbolici convenzionali. Ciò avviene spesso anche in altri casi nei riguardi della matematica, come è provato dal comportamento di soggetti che memorizzano la successione dei nomi dei numeri, senza saper poi dare ai simboli il loro contenuto semantico di riferimento a concetti o ad operazioni; analoghi fenomeni sono stati rilevati in relazione a problemi di ordinamento nell'insieme dei numeri, oppure all'utilizzazione dell'aspetto cardinale del numero naturale.

Abbiamo osservato più volte che l'universo dei deficit mentali è molto grande e variegato, il che rende particolarmente difficile la diagnosi, anche approssimata, delle singole situazioni ed ancora più difficile l'intervento eventuale di recupero.

Mi rendo conto del fatto che non sarebbe saggio dettare qui delle regole generali, soprattutto da parte mia. Tuttavia vorrei osare esporre qualche mia idea, che esprime delle convinzioni tratte dal lavoro con insegnanti e dalle esperienze di cui sono a conoscenza.

Le osservazioni che farò sono rivolte alle operazioni di eventuale recupero di deficit mentali e quindi sono dirette alle persone che in qualche modo si occupano di questi problemi. Ho detto poco fa che un carattere abbastanza importante della matematica, almeno nel senso moderno del termine, è costituito dall'impiego sempre più vasto di un simbolismo convenzionale. Questo impiego obbliga l'utente della matematica ad un lavoro continuo di codificazione e di decodificazione e ciò costituisce un'impresa che spesso riesce fastidiosa a molte menti, anche non debolmente dotate. Sono convinto, per osservazioni fatte spesso su soggetti che dichiaravano di "non capire la matematica", che le difficoltà offerte dal simbolismo erano una delle ragioni principali, se non addirittura l'unica, della loro allergia al ragionare matematico.

Se ciò è vero, penso che l'impresa di ambientare nel pensiero matematico dei soggetti con deficit mentali sia particolarmente difficile, se non talvolta addirittura impossibile; che comunque tale impresa vada progettata con cura e portata a termine con pazienza, soprattutto avendo di mira quelli che vorrei chiamare i pilastri portanti del pensiero matematico ed accettando delle deficienze in altri campi.

A questo scopo, nella misura in cui la matematica assume il carattere di linguaggio, che parte dalla concettualizzazione e trova il suo termine nell'espressione linguistica, il tentativo di recupero dovrà essere fatto globalmente, anzitutto sul fronte del pensiero logico, che si esplica normalmente attraverso il ragionamento elementare e si esprime con gli strumenti linguistici ordinari ed abituali.

In altre parole, l'opera di un eventuale recupero dovrà essere condotta a termine senza insistere sul pensiero matematico in particolare, ma cercando di riconquistare o di rafforzare una razionalità globale, della quale il pensiero matematico è una manifestazione che non esaurisce tutta la razionalità, presentando spesso difficoltà specifiche che possono anche bloccare il lavoro della maturazione globale. Temo infatti che l'insistere in un lavoro, che punta più sulla memorizzazione delle procedure e sulle regole formali che sull'appropriazione dei concetti da parte dei soggetti, ottenga dei risultati che hanno più l'aspetto di addestramento che quello di formazione mentale e di maturazione interiore. Dico questo perché sono convinto che questi che ho enunciato siano dei pericoli sempre presenti, anche nella didattica abituale della matematica, dedicata ai soggetti normodotati.

In questo ordine di idee credo quindi che il tentativo di recupero ad una razionalità globale attraverso l'azione, per esempio il lavoro razionalmente progettato e guidato senza caratteri di addestramento, sia una strada abbastanza efficace.

Sempre nello stesso ordine di idee penso che la geometria pratica possa presentare quelle caratteristiche di stimolo alla fantasia e di ricorso al ragionamento deduttivo che permettono di realizzare quella formazione alla razionalità globale di cui dicevo.

Come ho detto ripetutamente, non ho la competenza sufficiente per dettare regole e stabilire programmi particolareggiati. Spero tuttavia che la meditazione sui fondamenti del pensiero matematico in atto possa aiutare gli operatori della scuola ad un'azione efficace e approfondita. Il lavoro purtroppo non manca, ma sta a noi unire le forze per compierlo il meglio possibile.